Интегрированный урок в 11 классе по теме
«Интеграл в геометрии и физике»

Лучше всего продвигается естественное исследование, когда физическое завершается в математическом.
Ф. Бэкон

Тип урока: комбинированный

Вид урока: урок-практикум, урок систематизации и обобщения знаний

Формы работы: Индивидуальная, групповая, исследовательская.

Цель урока: организовать деятельность учащихся к самостоятельному выводу формул вычисления объёма тел вращения, перемещения и работы

Задачи урока:
1. Постановка учебной проблемы, используя историческую справку
2. Продолжение работы по формированию навыков самостоятельного получения знаний
3. Применение знаний в нестандартной ситуации

Планируемые результаты обучения:
- *в направлении личностного развития:*
- развитие правильной математической речи;
- развитие внимательности, вычислительных навыков;
- развитие навыков индивидуальной, групповой
- работы, умения контролировать и оценивать свою деятельность.

- *в метапредметном направлении:*

- стимулирование интереса учащихся к данной теме;
- воспитание самостоятельности, коллективизма, ответственности, сотрудничества и взаимопомощи

в предметном направлении
- углубить, систематизировать и обобщить знания, умения и навыки учащихся по теме « Определенный интеграл»;
- применить умения и навыки, полученные на уроках математики для решения физических задач.
- показать связь математики и физики, науки и жизни

Оборудование: Мультимедийный проектор, презентация, карточки с заданиями.

Перед проведением урока класс разделили на три группы, которые получили задания:
1. Составить вопросы викторины по теме « Определённый интеграл»
(вопросы были заранее вывешены в классе);

2. Разобрать задачу вычисления объёма тела вращения.
3. Разобрать задачи на вычисление перемещения и работы с применением определённого интеграла

Ход урока.

Этап	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Организационный	Приветствие. Вступительное слово учителя математики.	Слушают
Актуализация знаний (постановка учебной проблемы)	Работа с викториной	Отгадывают викторину, включаются в диалог с учителем по формированию учебной проблемы
Постановка и решение основной проблемы	Учитель математики: идея Кеплера и её решение методами математики. Учитель физики: пример применения определённого интеграла для вычисления двух физических величин – перемещения и работы	Учащиеся наблюдают, выдвигают гипотезы, делают выводы. Работают с конспектом. Учащиеся слушают и записывают в тетрадь
Закрепление нового материала (решение задач)	Задачи на слайдах	Отвечают на вопросы, обсуждают, доказывают
Заключительный контроль	Программированное тестирование	Самостоятельная работа
Итог. Рефлексия	Что изучали на уроке? Что вас удивило? Что больше всего понравилось? Какое открытие вы сегодня сделали? Выставление оценок. Благодарность учащимся за работу.	Анализируют свою деятельность на уроке
Организация работы дома		Записывают домашнее задание

I. Организационный этап.

II .Актуализация знаний учащихся.

Учитель математики. К сегодняшнему уроку вы должны были приготовиться к ответам на вопросы викторины (вопросы викторины, которые подготовили учащиеся 1 группы)

Вопросы викторины:

1. Кто дал первое определение « интеграла»? (слайд 4).
2. Кто первым ввел в математику термин «интеграл»? (слайды 5,6)

3. Кто из русских учёных сделал существенный вклад в теорию интегрального исчисления? (слайды 7,8)
4. Кто ввёл современное понимание интеграла, как предел интегральных сумм? (слайд 9)
5. Кто ввёл знак определённого интеграла? (слайд 10)
6. Фамилия, кому принадлежит полное исследование интегрирования элементарных функций, зашифрована в математическом ребусе, разгадать который вы сможете, вычислив интегралы (устно) для некоторых функций:

   1.$\int_{-2}^{3} x^2 dx$;

   2.$\int_{0}^{3} \frac{5x}{2} dx$;

   3.$\int_{0}^{3} \frac{dx}{8}$;

   4.$\int_{0}^{\pi} \sin x dx$;

   5.$\int_{2}^{3} x dx$.

   Ответы:

$\frac{3}{8}$	Л	$12\frac{3}{4}$	Б		
		$11\frac{2}{3}$	Э		
		$\frac{5}{8}$	К		
		$2\frac{1}{2}$	Р		
		$11\frac{1}{4}$	Й	2	Е

Прочитать фамилию: Эйлер (Слайд11)

III. Постановка и решение основной проблемы.

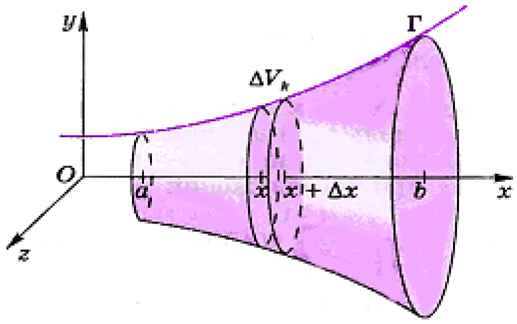
<u>Учитель математики</u>.

1612г. для жителей австрийского города Линца, в котором жил Кеплер (тот самый Иоганн Кеплер, открывший законы движения планет (слайд 12)) исключительно урожайным, особенно на виноград. Люди заготовляли винные бочки и хотели знать, как практически определить их объёмы. Этот вопрос входил в круг идей, которыми интересовался Кеплер.

Кеплер вычислял площади плоских фигур и поверхностей, и объёмы тел, основываясь на идее разложения фигуры и тел на бесконечное число бесконечно малых частей, которые он называл «тончайшими кружочками», из этих мельчайших частиц, суммированных им, он составлял фигуру, эквивалентную первоначальной, но площадь или объём которой ему известен.

В дальнейшем математики усовершенствовали идею Кеплера. Как? (проблема)

2 группа: Рассмотрим тело, полученное вращением вокруг оси OX криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $f(x)$, прямыми $x = a$ и $x = b$ и осью OX



Необходимо вычислить объём тела вращения. Если тело разбито на части как можно найти его объём?

Объём тела равен сумме объёмов тел, его составляющих. Поэтому можно разбить наше тело на части. Разобьем отрезок [a;b] на части точками $a<x_0<x_1<\ldots<x_n<b$. Рассмотрим цилиндр с высотой $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$ и радиуса основания $y_k = f(x_k)$.

Как можно вычислить объём цилиндра? $V = \pi R^2 h$

Тогда объем нашего цилиндра будет равен $\Delta V_k \approx \pi y_k^2 \Delta x_k = \pi (f(x))^2 \Delta x_k$

Тогда объём всего тела может быть записан при помощи приближённого равенства $V \approx \pi \sum_{k=0}^{n-1} (f(x_k))^2 \Delta x_k$. Чтобы получить точное равенство надо взять предел $V = \lim_{\max \Delta x_k \to 0} \pi \sum_{k=0}^{n-1} (f(x_k))^2 \Delta x_k$

По определению определённого интеграла $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$ мы получили формулу для вычисления объёма тела вращения.

Учитель физики.

Сегодня на уроке мы хотим показать, как упрощается решение физических задач при разумном использование математического аппарата. Известно, что большинство физических законов записывается в виде формул, т.е. в виде математической модели физического процесса. Решение физической задачи, как правило, сводится к решению задачи чисто математической.

Однако, нельзя находясь под гипнозом изящного математического аппарата, забывать о том, что является главным в любой задаче по физике. Речь идёт о физическом смысле любой задачи. Необходимо помнить, что, решая задачу по физике мы определяем физическую величину.

3 группа:

Рассмотрим пример применения определённого интеграла для вычисления двух физических величин – перемещения и работы (слайды 14, 15и 16).

Работа переменной силы. Пусть точка движется по оси OX под действием силы,

проекция которой на ось OX есть функция f от x. При этом мы будем предполагать, что f есть непрерывная функция.

Под действием этой силы материальная точка переместилась из точки М(а) в точку М(в). Покажем, что в этом случае работу подсчитываем по формуле:

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

Значит работа силы на этом отрезке

$$A \approx A_n = f(a)\Delta x + f(x_1)\Delta x + \ldots + f(x_{n-1})\Delta x =$$
$$= \frac{b-a}{n}(f(a) + f(x_1) + \ldots + f(x_{n-1}))$$

Приближенное равенство переходит в точное, если считать, что $n \to \infty$

$$A_n = \frac{b-a}{n}(f(a) + f(x_1) + \ldots + f(x_{n-1})) \to A$$

Вычисление пути. Перемещение точки, движущейся по прямой со скоростью υ= υ(t) за промежуток времени [a;b], вычисляется по формуле

$$s = \int_a^b v(t)dt$$

IV. Закрепления знаний и умений.

Решение задач

1. Найти объём тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

$y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$.

Сделаем чертёж:

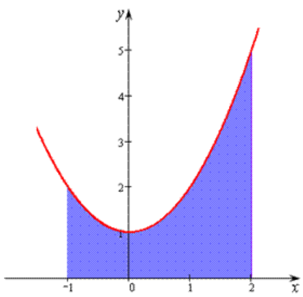


Рис. 4.2.1

$V = \pi\int_{-1}^{2}(x^2+1)dx = \pi\int_{-1}^{2}(x^4+2x^2+1)dx =$
$=\pi($

$\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x)\int_{-1}^{2} = \pi(\frac{32}{5} + \frac{16}{3} + 2 + \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + +1)$=15,6π(куб.ед.)

2. Точка движется по прямой так, что её скорость в момент времени t равна v(t) = 10 – 0,2t. Найти путь, пройденный точкой за время от 3 до 10 с.
3. Сила в 4 Н сжимает пружину на 4 см. Какую работу нужно произвести, чтобы сжать эту пружину на 2 см?

V. Заключительный контроль.

Программированное тестирование. На столах карточки с заданиями:

задание		ответ			
I вариант	II вариант	1	2	3	4
Вычислить					
$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$	$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$
$\int_1^2 \frac{dx}{x^4}$	$\int_1^2 \frac{dx}{x^5}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{7}{24}$
Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями					
$y = x^2$, $y = 0$, $x=2$	$y=x^3$,$y=0$, $x=2$	4	8	$2\frac{2}{3}$	2
Укажите формулы					
Работа	Объём	$\int_a^b v(x)\,dx$	$\int_{x_1}^{x_2} F(x)\,dx$	$\pi\int_a^b f^2(x)\,dx$	
Перемещение	Работа				

Номера верных ответов I вариант: 24323
II вариант: 32112

VI. Итоги урока. Рефлексия.

Что изучали на уроке?

Что вас удивило?

Что больше всего понравилось?

Какое открытие вы сегодня сделали?

Итак, мы сегодня завершили изучение темы « Определённый интеграл», но мы ещё вернёмся при нахождении объёмов цилиндра, конуса, шара на уроках геометрии.

Мы увидели многообразие связей между физическими и математическими понятиями. С помощью интеграла можно решить ещё много физических задач. Это нахождение силы давления жидкости, электрический заряд, массу тонкого стержня; многие биологические задачи; экономические задачи решаются с помощью интеграла.

Выставление оценок. Благодарность учащимся за работу.

VII. Домашнее задание. Для «хорошистов»: Подобрать задачи практического значения, для решения которых требуется определенный интеграл.

Для остальных задание из задачника.

Список использованной литературы.

1. Мякишев Г.Я. Физика: Учеб.для 11 кл. общеобразоват. Учреждений.- М.: Просвещение, 2010.
2. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа.10-11. В 2-х частях. - М.: Мнемозина, 2010.
3. Л.С.Атанасян.Геометрия 10-11.М.: Просвещение,2012
4. https://ru.wikipedia.org/