**Квадратичная функция и ее график**

**Функция вида , где  называется квадратичной функцией.**

В уравнении квадратичной функции:

**a** - **старший коэффициент**

**b** - **второй коэффициент**

**с**  - **свободный член.**

График функции *y = x2*называется *параболой*

***Свойства функции у = х2***

1.  Если *х* = 0, то *у =* 0, т.е. парабола имеет с осями координат общую точку (0; 0) - начало координат

2.  Если *х ≠* 0*,* то *у* > 0, т.е. все точки параболы, кроме начала координат, лежат над осью абсцисс

3.   Множеством  значений  функции *у* = *х2* является промежуток [0; + ∞)

4. Противоположным значениям х соответствует одно и тоже значение у, т.е. если значения аргумента отличают­ся только знаком, то значения функции равны,  график симметричен относительно оси ординат (функция *у* = *х2 -* четная).

5.  На промежутке [0; + ∞) функция *у* = *х2* возрастает

6.  На промежутке (-∞; 0] функция *у* = *х2* убывает

7.  Наименьшее значение функция принимает в точке *х* = 0, оно равно 0. Наибольшего значения не существует

**Графиком квадратичной функции является квадратичная парабола**, которая для функции  имеет вид:



Обратите внимание на точки, обозначенные зелеными кружками - это, так называемые "базовые точки". Чтобы найти координаты этих точек для функции , составим таблицу:



**Внимание!** Если в уравнении квадратичной функции старший коэффициент , то график квадратичной функции имеет ровно такую же форму, как график функции  при любых значениях остальных коэффициентов. От значения коэффициентов зависит положение вершины параболы.

График  функции  имеет вид:



Для нахождения координат базовых точек составим таблицу:



Обратите внимание, что график функции  симметричен графику функции относительно оси ОХ.

Итак, мы заметили:

**Если старший коэффициент a>0, то ветви параболы напрaвлены вверх.**

**Если старший коэффициент a<0, то ветви параболы напрaвлены вниз.**

Второй параметр для построения графика  функции - значения х, в которых функция равна нулю, или **нули функции**. На графике нули функции  - это точки пересечения графика функции с осью ОХ.

Поскольку ордината (у) любой точки, лежащей на оси ОХ равна нулю, **чтобы найти координаты  точек  пересечения графика функции с осью ОХ, нужно решить уравнение .**

В случае квадратичной функции  нужно [решить квадратное уравнение](https://ege-ok.ru/2012/04/01/reshenie-kvadratnyih-uravneniy/) .

В процессе решения квадратного уравнения мы находим дискриминант: , который определяет число корней квадратного уравнения.

И здесь **возможны три случая:**

**1**. Если ,то уравнение  не имеет решений, и, следовательно, квадратичная парабола  не имеет точек пересечения с осью ОХ. Если ,то график функции выглядит как-то так:



**2**. Если ,то уравнение  имеет одно решение, и, следовательно, квадратичная парабола   имеет одну точку пересечения с осью ОХ. Если ,то график функции выглядит примерно так:



**3**.  Если ,то уравнение  имеет два решения, и, следовательно, квадратичная парабола   имеет две точки пересечения с осью ОХ:

,  

Если ,то график функции выглядит примерно так:



Следовательно, **зная направление ветвей параболы и знак дискриминанта, мы уже можем в общих чертах определить, как выглядит график нашей функции.**



Следующий важный параметр графика квадратичной функции - **координаты вершины параболы:**







Прямая, проходящая через вершину параболы параллельно оси OY является осью симметрии параболы.

И еще один параметр, полезный при построении графика функции - **точка пересечения параболы  с осью OY.**

Поскольку абсцисса любой точки, лежащей на оси OY равна нулю, чтобы найти точку пересечения параболы  с осью OY, нужно в уравнение параболы вместо х подставить ноль: .

**То есть точка пересечения параболы с осью OY имеет координаты (0;c).**

Итак, основные параметры графика квадратичной функции показаны  на рисунке:



**Алгоритм построения графика квадратичной функции**

**у = ах2 + вх + с**

1. Построить систему координат, отметить единичный отрезок и подписать координатные оси.

2. Определить направление ветвей параболы (вверх или вниз).
Для этого надо посмотреть на знак коэффициента a. Если плюс - то ветви направлены вверх, если минус - то ветви направлены вниз.

3. Определить координату х вершины параболы.
Для этого нужно использовать формулу Хвершины = -b/2\*a.

4. Определить координату у вершины параболы.
Для этого подставить в уравнение Увершины = a\*(x^2)+b\*x+c вместо х, найденное в предыдущем шаге значение Хвершины.

5. Нанести полученную точку на график и провести через неё ось симметрии, параллельно координатной оси Оу.

6. Найти точки пересечения графика с осью Ох.
Для этого требуется решить квадратное уравнение a\*(x^2)+b\*x+c = 0 одним из известных способов. Если в уравнение не имеет вещественных корней, то график функции не пересекает ось Ох.

7. Найти координаты точки пересечения графика с осью Оу.
Для этого подставляем в уравнение значение х=0 и вычисляем значение у. Отмечаем эту и симметричную ей точку на графике.

8. Находим координаты произвольной точки А(х,у)
Для этого выбираем произвольное значение координаты х, и подставляем его в наше уравнение. Получаем значение у в этой точке. Нанести точку на график. А также отметить на графике точку, симметричную точке А(х,у).

9. Соединить полученные точки на графике плавной линией и продолжить график за крайние точки, до конца координатной оси. Подписать график либо на выноске, либо, если позволяет место, вдоль самого графика.

**Пример построения графика**

В качестве примера, построим график квадратичной функции заданной уравнением

 у = х2 + 4х - 1
1. Рисуем координатные оси, подписываем их и отмечаем единичный отрезок.
2. Значения коэффициентов а=1, b=4, c= -1. Так как а=1, что больше нуля, ветви параболы направлены вверх.
3. Определяем координату Х вершины параболы: Х = -b/2a = -4/2ˑ1 = -2.
4. Определяем координату У вершины параболы
Увершины = a\*(x^2)+b\*x+c = 1\*((-2)^2) + 4\*(-2) – 1 = -5.
5. Отмечаем вершину и проводим ось симметрии.
6. Находим точки пересечения графика квадратичной функции с осью Ох. Решаем квадратное уравнение x^2+4\*x-1=0.
х1=-2-√3 х2 = -2+√3. Отмечаем полученные значения на графике.
7. Находим точки пересечения графика с осью Оу.
х=0; у=-1
8. Выбираем произвольную точку B. Пусть она имеет координату х=1.
Тогда у=(1)^2 + 4\*(1)-1= 4.
9. Соединяем полученные точки и подписываем график.

В результате получится такой график.



**Алгоритм №2:Алгоритм построения графика квадратичной функции.**

1. Графиком квадратичной функции является парабола.
2. По знаку коэффициента *a* определить направление ветвей параболы.
3. Найти нули квадратичной функции, решив квадратное уравнение $a x^{2}+bx+c=0$, и построить их в системе координат.
4. Найти координаты вершины параболы по формулам $x\_{0}=\frac{-b}{2a}, y\_{0}=y\left(x\_{0}\right)$ и построить вершину.
5. Построить ось симметрии параболы $x=\frac{-b}{2a}.$
6. Взять дополнительные значения аргумента, так, чтобы они были симметричные относительно оси симметрии параболы. Вычислить значение этих точек и построить их в системе координат.
7. Соединить построенные точки плавной кривой.
8. Получается кривая, которая называется параболой, и является графиком квадратичной функции.

**Алгоритм №3:Построение графика квадратичной функции.**

*Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида y=ax²+bx+c,*

*где х - независимая переменная, a, b и с -некоторые числа (причём а≠0).*

**Чтобы построить график функции надо:**

1. Описать ,что является графиком функции (парабола)
2. куда направлены ветви параболы. (вверх(если ***а***>0) или вниз (если ***а***<0)).
3. Найти координаты вершины параболы ***А(хₒ;уₒ)*** по формуле:

 ;

 ***у = у(хₒ)*** т.е. подставить найденное значение абсциссы в формулу, которой задана функция и вычислить значение.

1. Прямая *x=х ₒ* является осью симметрии параболы.
2. Найти А)точки пересечения графика с осью абсцисс( нули функции), решив уравнение

 **ах² + bх + с = 0** ( если они есть)

 Б) точку пересечения с осью ординат (0;у(0)) и симметричную ей.

1. Если нулей функции нет или вершина лежит на оси ОУ , то заполнить таблицу значений функции:

 в таблице взять соседние симметричные относительно хₒ (вершины) значения х.

Например, следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х  | хₒ-2 | хₒ-1 | хₒ | хₒ+1 | хₒ+2 |
| у |  |  | уₒ  |  |  |

 - посчитать значение функции в выбранных значениях х.

**Алгоритм определения знаков коэффициентов квадратичной функции, когда дан ее график:**

1. Направление «ветвей» параболы отвечает за определение коэффициента *а* квадратичной функции: если «ветви» параболы направлены вверх, то коэффициент *а* $>0$, если вниз то *а*$<0$.
2. Ордината точки пересечения параболы с осью ОУ отвечает за знак коэффициента *с*: если парабола пересекает ось ординат выше оси абсцисс, то *с* $>0$, если ниже – то *с*$<0.$
3. За определение знака коэффициента *в* квадратичной функции отвечает знак вершины параболы: если вершина параболы х0$ >0$ и ветви параболы направлены вверх (*а* $>0)$ , то в$<0$. ( если абсцисса вершины параболы **П**оложительная, то знаки коэффициентов а и в **П**ротивоположные; направление ветвей параболы и знак абсциссы вершины параболы определить легко, а значит по этому правилу легко сделать вывод о знаке коэффициента *в)*
4. *Аналогично:* если вершина параболы х0$<0$ и ветви параболы направлены вверх (*а* $>0)$ , то в$>0$. ( если абсцисса вершины параболы **О**трицательная, то знаки коэффициентов а и в **О**динаковые; и опять же: направление ветвей параболы и знак абсциссы вершины параболы определить достаточно просто, а значит по этому правилу легко сделать вывод о знаке коэффициента *в)*